

На основу датих података и топографске подлоге:

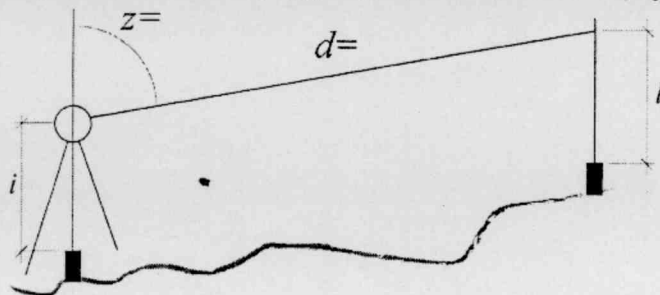
1. одредити размеру подлоге,
2. дигитализовати (одредити графичке координате) тачака **A** и **T**,
3. одредити координате тачке **B** методом пресецања праваца уназад,
4. на датом делу трасе (**A. 0+180** m) нацртати подужни профил терена у размери 1:50/500,
5. одредити коте (висине) нивелете на датом делу трасе и нацртати нивелету,
6. нацртати попречне профиле на сваких 30 m у појасу од 20m лево и десно од осовине трасе у размери 1:200,
7. за исте профиле срачунати површине и запремину земљаних маса,
8. одредити главне елементе кривине са прелазницом у облику клотоиде са теменом у тачки **T**.
 $R = \underline{90}$ m, $L = \underline{75}$ m,
9. одредити координате главних тачака кривине,
10. израчунати елементе за поларно обележавање прелазнице са кораком од 10m,
11. израчунати елементе за ортогонално обележавање прелазнице са кораком од 8m,
12. израчунати стационаже на траси између тачака **A** и **B**,
13. одредити координате пресека осовине трасе и пропуста на стационажи 0+150 m,
14. нанети пројектовану трасу на топографску подлогу.

Табела: дате тачке и мерени хоризонтални правци

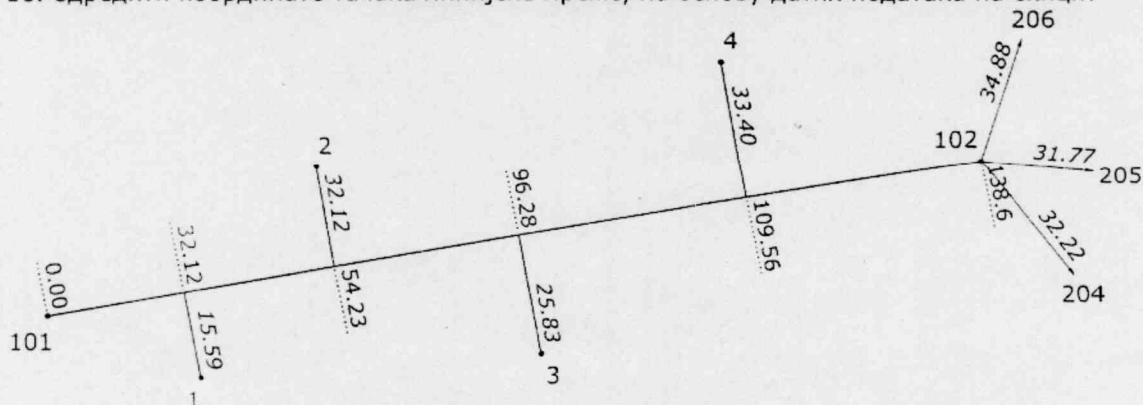
Тачка	Y	X	станица	визура	хоризонтални правац
1635	7 472 863.39	4 843 393.55	B	1635	10° 12' 24.00"
1630	7 472 634.44	4 843 390.56		1630	62° 44' <u>14.70</u> "
420	7 472 732.26	4 843 562.48		420	111° 51' <u>46.30</u> "

15. израчунати грешку висине тачке **B** (m_{HB}) израчунате тригонометријским нивелманом:

$m_i = \pm 5mm$
 $m_l = \pm 5mm$
 $m_d = \pm 15mm$
 $m_z = \pm 20''$
 $m_{HA} = \pm 1cm$



16. одредити координате тачака линијске мреже, на основу датих података на скици:



Геодезија саобраћајница

Задатак 1 и 2

1. Размера показује однос између јединице дужине на папиру и стварне дужине у природи. Означава се у облику $1:X$, где X показује колико пута је једна јединица на папиру мања од дужине у природи

$$\ell = 233,80 \text{ mm} = 0,2338 \text{ m}$$

$$\begin{array}{l} 1635: \quad 7 \ 472 \ 863,39 \quad 4 \ 843 \ 393,55 \\ 1630: \quad 7 \ 472 \ 634,44 \quad 4 \ 843 \ 390,56 \end{array}$$

$$d = \sqrt{(y_{1635} - y_{1630})^2 + (x_{1635} - x_{1630})^2}$$

$$d = \sqrt{(863,39 - 634,44)^2 + (393,55 - 390,56)^2}$$

$$d = 228,9695 \text{ m}$$

$$\frac{d}{\ell} = \frac{228,9695}{0,2338} = 979,34 \approx 1000$$

$$R = 1:1000$$

2. Дигитализовање вршимо тако што на основу тачака познатих координата одредимо координате дециметарске поделе. У нашем случају $1 \text{ dm} = 100 \text{ m}$. Затим одређујемо координате непознатих тачака у оквиру дециметарских квадрата

$$\begin{aligned} A: \quad & 7472600 + 0,0075 \cdot 1000 = \\ & = 7472607,50 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T: \quad & 7472800 + 0,0324 \cdot 1000 = \\ & = 7472832,40 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4843200 + 0,0405 \cdot 1000 \\ & = 4843240,50 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4843200 + 0,0778 \cdot 1000 = \\ & = 4843277,80 \text{ m} \end{aligned}$$

$$A (7472607,50 ; 4843240,50)$$

$$T (7472832,40 ; 4843277,80)$$

Радс Томовић 202107

5. ODREĐIVANJE PRIVREMENIH KOORDINATA TRIGONOMETRIJSKIH TAČAKA PRESECANJEM NAZAD

5.1 Definicija problema

Kada su date tri tačke A , M i B i uglovi α i β približne koordinate tražene tačke T , mogu da se odrede metodom presecanja unazad (sl. 6.8).

Dati podaci: $A(y_A, x_A)$; $M(y_M, x_M)$ i $B(y_B, x_B)$.

Merene veličine: α i β .

Traži se: $T(y_T, x_T)$ (privremene koordinate).

Određivanje koordinata po ovoj metodi od uvek je privlačilo pažnju mnogih geodetskih stručnjaka. Smatra se da ima oko 100 različitih rešenja koja se obično zovu po imenima autora. Prof. Mituš takođe se bavio ovim problemom i predložio formule na osnovu kojih se mogu sračunati privremene koordinate trigonometrijske tačke metodom presecanja nazad.

Upoznaćemo se samo sa nekim metodama koje se koriste u našoj zemlji ili su pogodnije za praktičnu primenu.

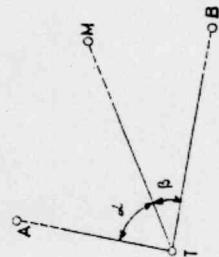
5.2 Potencot-Snelijusov način

Pri obeležavanju (notaciji) tačka treba početi od tražene tačke T i ići u smeru kretanja kazaljke na časovniku i prvu datu tačku na koju se naiđe obeležiti sa A , drugu sa M i treću sa B (sl. 6.9). Kada se odredi φ_A i φ_B , ova se metoda svodi na metodu presecanja napred.

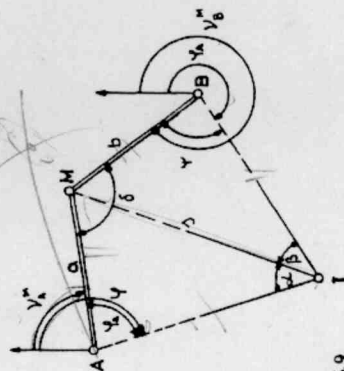
$$\varphi_A = \varphi_A^M + \varphi,$$

$$\varphi_B = \varphi_B^M - \psi. \quad (6.27)$$

Znači, suština ove metode svodi se na određivanje uglova φ i ψ .



Sl. 6.8



Sl. 6.9

Iz koordinata datih tačaka A , M i B mogu se sračunati: direktni uglovi

$$\text{dužine} \quad \text{tg } \varphi_A^M = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}, \quad \text{tg } \varphi_B^M = \frac{y_M - y_B}{x_M - x_B};$$

$$a = \frac{y_M - y_A}{\sin \varphi_A^M} = \frac{x_M - x_A}{\cos \varphi_A^M},$$

$$b = \frac{y_M - y_B}{\sin \varphi_B^M} = \frac{x_M - x_B}{\cos \varphi_B^M}$$

i fiksni ugao

$$\delta = \varphi_A^M - \varphi_B^M.$$

Zatim se određuje:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 180^\circ - \frac{(\alpha + \beta + \delta)}{2} = 4. \quad (6.28)$$

Polurazlika $\frac{\varphi - \psi}{2}$ se određuje preko fiktivnog ugla μ , kao kod Hanzenovog problema. Dužina s može se odrediti iz trougla TAM i TMB

$$s = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \varphi = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \psi.$$

Oдавде je

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha} = \text{tg } \mu.$$

Prema tome, na osnovu (4.42) može se odmah napisati da je

$$\text{tg } \frac{\varphi - \psi}{2} = \text{tg } \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \text{ctg } (\mu + 45^\circ). \quad (6.29)$$

Oдавде se određuje polurazlika uglova

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = B \quad (6.30)$$

a zatim iz (6.28) i (6.30) dobija se

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}, \quad (6.31)$$

$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2}. \quad (6.32)$$

Kada se ove vrednosti uvrste u (6.27), dobiće se orijentisani pravci i dalje se radi kao kod metode presecanja napred.

NAPOMENA

- 1) Ako je $\mu > 45^\circ$, onda je B negativno.
- 2) Pošto se određi φ i ψ , treba sprovesti kontrolu $\varphi + \psi + \alpha + \beta + \delta = 360^\circ$.

$$\begin{aligned} \varphi + \psi &= 360^\circ - (\alpha + \beta + \delta) \\ \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} &= \frac{a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha} = R \\ \text{tg } \varphi &= \frac{\sin(\alpha + \beta + \delta)}{R - \cos(\alpha + \beta + \delta)}. \end{aligned}$$

Oдавде se dobija polurazlika uglova φ i ψ

$$\text{tg } \frac{\varphi - \psi}{2} = \text{tg } \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \text{ctg } (\mu + 45^\circ). \quad (4.42)$$

Modificirano rešenje glasi:

Геодезија саобраћајница

Задатак 3, страна бр. 1

$$\begin{aligned} \Delta Y_1 &= Y_{1630} - Y_{1635} = 634,44 - 863,39 = -228,95 \\ \Delta X_1 &= X_{1630} - X_{1635} = 390,56 - 393,55 = -2,99 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} < 0 \\ < 0 \end{array} \right\} \text{III квадрант}$$

$$\text{tg } \nu_{1635}^{1630} = \frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1} ; \nu_{1635}^{1630} = \arctg \left(\frac{\Delta Y_1}{\Delta X_1} \right) + 180^\circ = 269^\circ 15' 6,41''$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_2 &= Y_{1630} - Y_{420} = 634,44 - 732,26 = -97,82 \\ \Delta X_2 &= X_{1630} - X_{420} = 390,56 - 562,48 = -171,92 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} < 0 \\ < 0 \end{array} \right\} \text{III квадрант}$$

$$\text{tg } \nu_{420}^{1630} = \frac{\Delta Y_2}{\Delta X_2} ; \nu_{420}^{1630} = \arctg \left(\frac{\Delta Y_2}{\Delta X_2} \right) + 180^\circ = 209^\circ 38' 21,31''$$

$$a = \frac{\Delta Y_1}{\sin \nu_{1635}^{1630}} = \frac{-228,95}{-0,9999} = +228,9695 \text{ m}$$

$$b = \frac{\Delta Y_2}{\sin \nu_{420}^{1630}} = \frac{-97,82}{-0,4945} = 197,8010 \text{ m}$$

$$\nu_{1630}^{1635} = \nu_{1635}^{1630} - 180^\circ = 89^\circ 15' 6,41''$$

$$\nu_{1630}^{420} = \nu_{420}^{1630} - 180^\circ = 29^\circ 38' 21,31''$$

$$\delta = \nu_{1630}^{1635} - \nu_{1630}^{420} = 59^\circ 36' 45,11''$$

$$\alpha = 62^\circ 44' 14,70'' - 10^\circ 12' 24,00'' = 52^\circ 31' 50,70''$$

$$\beta = 111^\circ 51' 46,90'' - 62^\circ 44' 14,70'' = 49^\circ 7' 32,20''$$

$$\frac{\varphi + \nu}{2} = 180^\circ - \frac{(\alpha + \beta + \delta)}{2} = A$$

$$A = 180^\circ - \frac{(52^\circ 31' 50,70'' + 49^\circ 7' 32,20'' + 59^\circ 36' 45,11'')}{2}$$

$$A = 99^\circ 21' 56,00''$$

$$\text{tg } \mu = \frac{a \cdot \sin \beta}{b \cdot \sin \alpha} = \frac{228,9695 \cdot \sin 49^\circ 7' 32,20''}{197,8010 \cdot \sin 52^\circ 31' 50,70''}$$

$$\text{tg } \mu = 1,1028 \Rightarrow \mu = \arctg 1,1028 = 47^\circ 47' 58,69''$$

Раде Томовић 2021/07

Геодезија саобраћајница

Задатак 3, страна Бр 2

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \nu}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \nu}{2} \cdot \operatorname{ctg} (\mu + 45^\circ)$$

$$= \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{ctg} (\mu + 45^\circ) = 0,2965 \Rightarrow \frac{\varphi - \nu}{2} = B = \operatorname{arctg} 0,2965$$

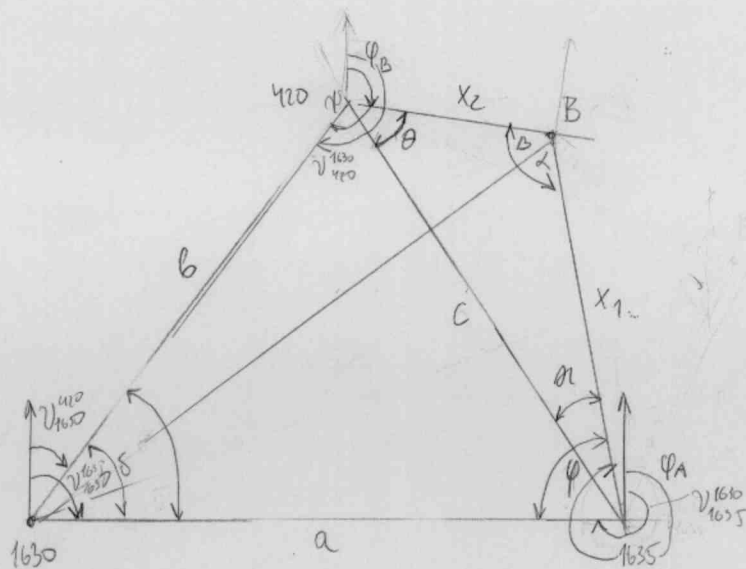
$$B = 16^\circ 30' 53,93''$$

$$\nu = A + B = 99^\circ 21' 56'' + 16^\circ 30' 53,93'' = 115^\circ 52' 49,93''$$

$$\varphi = A - B = 99^\circ 21' 56'' - 16^\circ 30' 53,93'' = 82^\circ 51' 2,06''$$

$$\varphi_A = \varphi_{1635} = \nu_{1635}^{1630} + \varphi = 352^\circ 6' 8,48'' \quad 56,34''$$

$$\varphi_B = \nu_{420}^{1630} - \nu = 93^\circ 45' 31,38''$$



$$c = \sqrt{(x_{1635} - x_{420})^2 + (y_{1635} - y_{420})^2} = 213,8514$$

$$\eta = 360^\circ - (360^\circ - \varphi_A) - \nu_{1635}^{420}$$

$$\eta = 29^\circ 55' 20,47''$$

$$\frac{x_2}{\sin \eta} = \frac{c}{\sin (\alpha + \beta)}$$

$$x_2 = \frac{\sin \eta}{\sin (\alpha + \beta)} \cdot c = 108,9209 \text{ m}$$

$$\theta = 180^\circ - (\alpha + \beta) - \eta = 48^\circ 25' 16,63''$$

$$\frac{x_1}{\sin \theta} = \frac{x_2}{\sin \eta}$$

$$x_1 = \frac{\sin \theta}{\sin \eta} \cdot x_2 = 163,3389 \text{ m}$$

$$\nu_{1635}^{420} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} + 270^\circ$$

$$\nu_{1635}^{420} = 322^\circ 10' 48,01''$$

$$\nu_{420}^{1635} = \nu_{1635}^{420} - 180^\circ = 142^\circ 10' 48,01''$$

Раде Томовић 2021/07

$$X_1: T_y = X_2 \cdot \cos \varphi_B = 108,9209 \cdot \cos(93^\circ 45' 31,38'' - 90^\circ) = 108,6866 \text{ m}$$

$$T_x = X_2 \cdot \sin \varphi_B = 108,9209 \cdot \sin(93^\circ 45' 31,38'' - 90^\circ) = -7,1403 \text{ m}$$

$$Y' = Y_{420} + T_y = 732,26 + 108,6866 = 840,9466 \text{ m} = 840,95 \text{ m}$$

$$X' = X_{420} + T_x = 562,48 - 7,1403 = 555,3397 \text{ m} = 555,34 \text{ m}$$

$$X_1: T_y = X_1 \cdot \sin \varphi_A = -163,3389 \cdot \sin(360^\circ - 352^\circ 6' 8,48'') = -22,4434 \text{ m}$$

$$T_x = X_1 \cdot \cos \varphi_A = 163,3389 \cdot \cos(360^\circ - 352^\circ 6' 8,48'') = 161,7896 \text{ m}$$

$$Y'' = Y_{1635} + T_y = 863,39 - 22,4434 = 840,9466 = 840,95 \text{ m}$$

$$X'' = X_{1635} + T_x = 393,55 + 161,7896 = 555,3396 = 555,34 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} Y_B = 7472840,95 \\ X_B = 4843555,34 \end{array} \right\} B$$

Геодезија саобраћајница

Задатак 4. страна 1.

Br. Tacke	D[mm] R=1:1000	D[mm] R=1:500	D[m] R=1:1	Hi[m]	Hi[mm] R=1:50
A	0,00	0,00	0,00	224,23	84,60
1	8,20	16,40	8,20	224,00	80,00
2	18,50	37,00	18,50	223,50	70,00
3	25,50	51,00	25,50	223,00	60,00
4	34,60	69,20	34,60	222,50	50,00
5	39,70	79,40	39,70	222,00	40,00
6	45,90	91,80	45,90	221,50	30,00
7	52,50	105,00	52,50	221,00	20,00
8	59,00	118,00	59,00	220,50	10,00
9	64,80	129,60	64,80	220,00	0,00
10	68,70	137,40	68,70	220,00	0,00
11	71,00	142,00	71,00	220,50	10,00
12	74,90	149,80	74,90	221,00	20,00
13	79,80	159,60	79,80	221,50	30,00
14	84,80	169,60	84,80	222,00	40,00
15	89,00	178,00	89,00	222,50	50,00
16	93,60	187,20	93,60	223,00	60,00
17	98,40	196,80	98,40	223,50	70,00
18	106,00	212,00	106,00	224,00	80,00
19	120,90	241,80	120,90	224,50	90,00
20	141,60	283,20	141,60	225,00	100,00
21	170,30	340,60	170,30	225,50	110,00
S	180,00	360,00	180,00	225,81	116,20

Рад Томасић 202107

Геодезија саобраћајница

Задатак 5, страна 1.

$$P_1 = \frac{\Delta h_1}{\Delta_1} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{3,8019}{67,30} = 0,05649 \Rightarrow \alpha = 3^\circ 13' 59,90''$$

$$P_2 = \frac{\Delta h_2}{\Delta_2} = \operatorname{tg} \beta = \frac{5,9913}{112,7} = 0,05316 \Rightarrow \beta = 3^\circ 2' 35,03''$$

$$H_P = 220,2564 \text{ m}$$

$$T_g = \frac{R}{2} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) = 400 (\operatorname{tg} 3^\circ 13' 59,9'' + \operatorname{tg} 3^\circ 2' 35,03'') = 43,86 \text{ m}$$

$$t_a = T_g \cdot \cos \alpha = 43,86 \cdot \cos 3^\circ 13' 59,9'' = 43,7902 \text{ m}$$

$$t_b = T_g \cdot \cos \beta = 43,86 \cdot \cos 3^\circ 2' 35,03'' = 43,7981 \text{ m}$$

$$H_{PK} = H_P + t_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = 220,2564 + 43,7902 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 222,7302 \text{ m}$$

$$H_{KK} = H_P + t_b \cdot \operatorname{tg} \beta = 220,5848 \text{ m}$$

$$k = 5 \text{ m} \quad X_i = k \cdot n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad Y_i = \frac{X_i^2}{2R}$$

$$H_i^{\text{levo}} = H_{PK} - \operatorname{tg} \alpha \cdot X_i + Y_i \quad H_i^{\text{desno}} = H_{KK} - \operatorname{tg} \beta \cdot X_i + Y_i$$

Levo: [m]

Desno: [m]

$$H_1 = 222,46$$

$$H_1 = 222,33$$

$$H_2 = 222,23$$

$$H_2 = 222,12$$

$$H_3 = 222,02$$

$$H_3 = 221,93$$

$$H_4 = 221,85$$

$$H_4 = 221,77$$

$$H_5 = 221,71$$

$$H_5 = 221,65$$

$$H_6 = 221,60$$

$$H_6 = 221,55$$

$$H_7 = 221,52$$

$$H_7 = 221,49$$

$$H_8 = 221,47$$

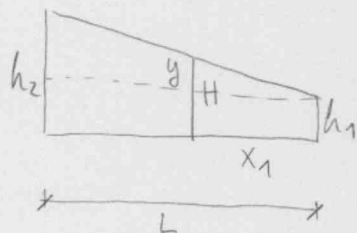
$$H_8 = 221,46$$

$$\left. \begin{array}{l} H_{sk}^{\text{levo}} = 221,4549 \\ H_{sk}^{\text{desno}} = 221,4353 \end{array} \right\} H_{sk} = 221,45 \text{ m}$$

Раде Томовић 202107

Геодезија саобраћајница

Задатак 6, страна 1.



$$(h_2 - h_1) : L = y : x_1$$

$$y = \frac{(h_2 - h_1) \cdot x_1}{L}$$

$$H = y + h_1$$

$$H = \frac{(h_2 - h_1) \cdot x_1}{L} + h_1$$

Профил 1-1

	1.	(2.)	3.
H	224,04	224,23	224,13
d	0	20	40

Кота нивелете = КН = 224,06 m

Профил 2-2

	1.	2.	3.	(4.)	5.	6.	7.
H	221,7	222	222,5	222,75	223	223,5	223,54
d	0	7	14,2	20	25	35,1	40

КН = 222,59 m

Профил 3-3

	1.	2.	(3.)	4.	5.	6.
H	221	220,5	220,41	220,5	221	221,25
d	0	6,1	20	22,5	34	40

КН = 221,5 m

Профил 4-4

	1.	2.	3.	(4.)	5.	6.	7.	8.
H	223,71	223,5	223	222,61	222,5	222	221,5	221,28
d	0	5,1	13,2	20	22	31	37,7	40

КН = 221,74 m

Раде Томовић 202107

Геодезија саобраћајница

Задатак 6, страна 2.

Профил 5-5

	1.	(2.)	3.	4.	5.	6.	
H	224,95	224,47	224,5	224	223,5	223,74	KH = 223,06 m
d	0	20	21	31,9	37,5	40	

Профил 6-6

	1.	2.	(3.)	4.	5.	
H	225,52	225,5	225,15	225	224,57	KH = 224,65 m
d	0	2,6	20	28,2	40	

Профил 7-7

	1.	2.	(3.)	4.	5.	
H	225,52	225,5	225,15	225	224,57	KH = 226,25 m
d	0	8,5	20	37	40	

Раде Томовић 202107

Геодезија саобраћајница
Задатак 7. страна 1.

Површине су нађене програмским путем у Auto CAD-у.

Запремене се рачунају по формули

$$V_i = \frac{1}{2} (P_i + P_{i+1}) \cdot d_i$$

Број профила	P усека [m ²]	P насиња [m ²]	d _i [m]	V _{усека} [m ³]	V _{насиња} [m ³]
1	4,2776				
2	8,0198		30	184,461	/
3		12,0090	30	120,297	180,135
4	16,4136		30	246,204	180,135
5	25,4052		30	627,282	/
6	9,8201		30	528,3795	/
7		4,6691	30	147,3015	72,0365
			Σ	1871,925	430,3065

Раде Томовић 202107

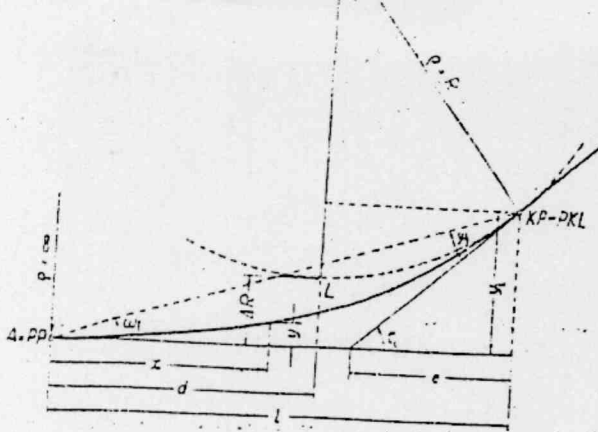
Veličina subtangente je:

$$e = y_l \cotg \tau_l$$

Dalje je:

$$d = l - R \sin \tau_l$$

$$\operatorname{tg} w_l = \frac{y_l}{l}; \quad \varphi_l = \tau_l - w_l$$



Kada se u obrasce (7.24) i (7.25) unese vrednost za parametar $C = R L$, dobija se apscisa i ordinata kraja prelaznice:

$$l = L \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right], \quad (7.26)$$

$$y_l = \frac{L^2}{6R} \left[1 - \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{440} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right],$$

ili:

$$l = L \cdot \left[1 - 0,100\,000\,000 \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + 0,46\,296\,296 \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right], \quad (7.26a)$$

$$y_l = \frac{L^2}{6R} \left[1 - 0,071\,428\,571\,4 \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + 0,002\,272\,727 \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right],$$

$$\tau_l = \frac{L^2}{2C} = \frac{L^2}{2RL} = \frac{L}{2R}, \quad (7.25a)$$

$$\tau_l^0 = \left(\frac{L}{2R} \cdot 57,295\,779\,5 \right)^\circ.$$

Iz slike 7.8 vidi se da je kružni luk pomaknut ka centru za veličinu ΔR , tzv. kružni pomak. Iz nje se dalje vidi da je:

$$\Delta R = y_l - (R - R \cos \tau_l) = y_l - R(1 - \cos \tau_l) = y_l - 2R \sin^2 \frac{\tau_l}{2}. \quad (7.27)$$

Dužina tangente

$$TA = t = TC + CA = (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + d.$$

Dužina simetrale-bisektrise

$$TD = TO - R = (R + \Delta R) \sec \frac{\alpha}{2} - R = (R + \Delta R) \sec \frac{\alpha}{2} - (R + \Delta R) + \Delta R,$$

$$TD = b = (R + \Delta R) \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) + \Delta R.$$

Apscisa sredine krivine

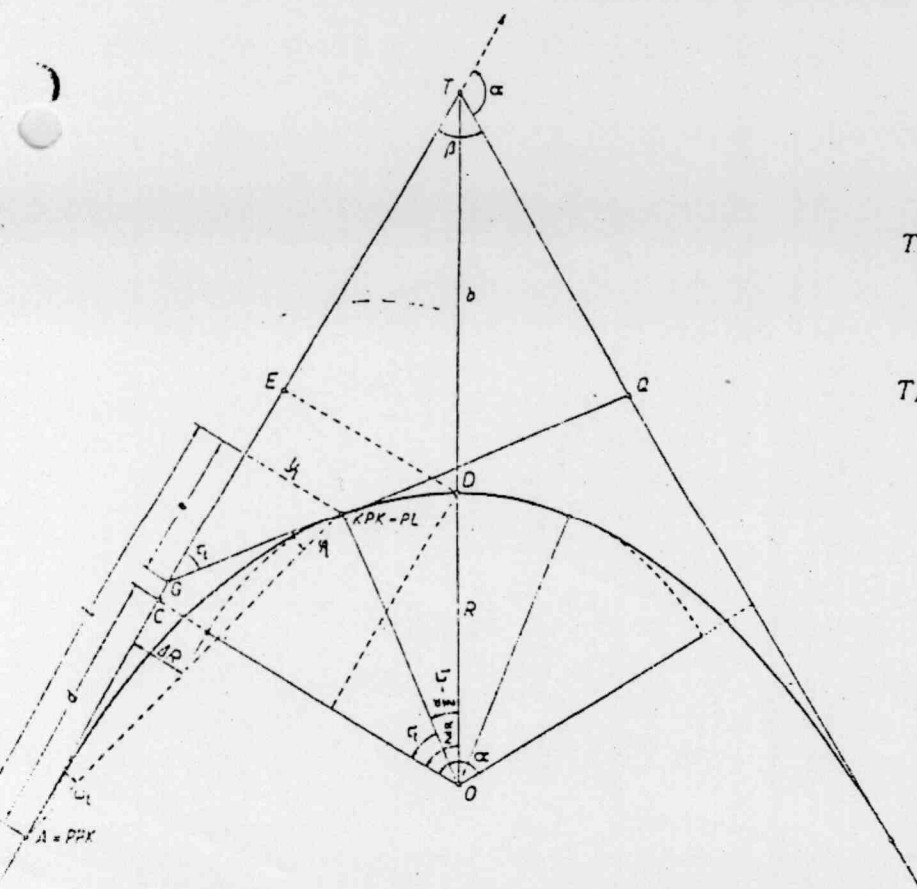
$$AE = R \sin \frac{\alpha}{2} + d.$$

Ordinata sredine krivine

$$ED = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) + \Delta R.$$

Dužina krivine

$$2 \widehat{AD} = D = 2 \left[\frac{R \pi \left(\frac{\alpha}{2} - \tau_l \right)}{180^\circ} + l \right]$$



$$A(7472607,50; 4843240,50)$$

$$T(7472832,40; 4843277,80)$$

$$B(7472840,95; 4843555,34)$$

$$R = 90 \text{ m}$$

$$L = 75 \text{ m}$$

$$J_e = \frac{L}{2R} = \frac{75}{2 \cdot 90} = 0,4167$$

$$J_e^\circ = \left(\frac{L}{2R} \cdot 57,2957795 \right)^\circ = 23^\circ 52' 23,67''$$

$$l = L \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L}{2R} \right)^4 \right) \right] = 75 \cdot 0,9828 = 73,7082 \text{ m}$$

$$y_e = \frac{L^2}{6R} \left[1 - \frac{1}{14} \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{440} \left(\frac{L}{2R} \right)^4 \right] = 12,4167 \cdot 0,9877 = 10,2885 \text{ m}$$

$$c = R \cdot L = 6750$$

$$\Delta R = y_e - 2R \sin^2 \frac{J_e^\circ}{2} = 2,5884$$

$$e = y_e \cdot \cotg J_e^\circ = 10,2885 \cdot \cotg 23,2466$$

$$d = l - R \sin J_e^\circ = 37,2834$$

$$w_e = \arctg \left(\frac{y_e}{l} \right) = 7^\circ 56' 46,48''$$

$$q_e = J_e^\circ - w_e = 23^\circ 52' 23,67'' - 7^\circ 56' 46,48'' = 15^\circ 55' 37,19''$$

$$\Delta y_{A \rightarrow T} = -224,90$$

$$\Delta x_{A \rightarrow T} = -57,30$$

$$\Delta y_{T \rightarrow B} = -8,55$$

$$\Delta x_{T \rightarrow B} = -277,54$$

$$V_T^A = \arctg \frac{\Delta y_{A \rightarrow T}}{\Delta x_{A \rightarrow T}} + 180^\circ = 260^\circ 34' 59,26''$$

$$V_B^T = \arctg \frac{\Delta y_{T \rightarrow B}}{\Delta x_{T \rightarrow B}} + 180^\circ = 181^\circ 45' 52,26''$$

$$\alpha = V_T^A - V_B^T = 78^\circ 49' 12''$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$\beta = 101^\circ 10' 53''$$



Геодезија саобраћајница

Задатак 8, страна 2.

* Дужина тангенте

$$TA = t = TC + CA = (R + \Delta R) \tan \frac{\alpha}{2} + d = (90 + 2,5884) \cdot \tan \frac{\alpha}{2} + 37,2834$$

$$TA = t = 113,3612 \text{ m}$$

* Дужина симетрале (бисектрисе)

$$b = (R + \Delta R) \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) + \Delta R \quad \sec \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$b = 29,8353 \text{ m}$$

* Апсциса средине кривине

$$AE = R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + d = 90 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + 37,2834 = 94,4204 \text{ m}$$

* Ордината средине кривине

$$ED = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) + \Delta R = 90 \left(1 - \cos \frac{78^\circ 49' 7''}{2} \right) + 2,5884$$

$$ED = 23,0517$$

* Дужина кривине

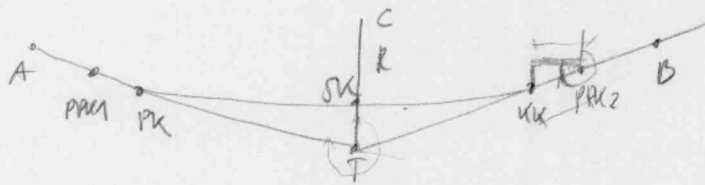
$$D = 2 \left[\frac{R \pi \left(\frac{\alpha}{2} - 7e^\circ \right)}{180^\circ} + L \right] = 2 \left[\frac{90 \cdot \pi \left(\frac{78^\circ 49' 7''}{2} - 23^\circ 52' 23,67'' \right)}{180^\circ} + 75 \right]$$

$$D = 198,8080 \text{ m}$$

Раде Томовић 2021/07

Геодезија саобраћајница

Задатак 9, стр. 1.



$$A(7472607,50; 4843240,50)$$

$$B(7472840,95; 4843555,34)$$

$$T(7472832,40; 4843277,80)$$

$$\omega_c = 7^\circ 56' 46,48''$$

$$t = 113,3612$$

Координате PPK₂

$$Y_{PPK_2} = Y_T + t \cdot \sin V_T^B = 7472832,40 + 113,3612 \cdot \sin V_T^B = 7472835,89 \text{ m}$$

$$V_T^B = \arctg \frac{\Delta y_{B-T}}{\Delta x_{B-T}} = \arctg \frac{8,55}{277,59} = 1^\circ 45' 52,26''$$

$$X_{PPK_2} = X_T + t \cdot \cos V_T^B = 4843391,11 \text{ m}$$

Координате KK

$$V_{PPK_2}^{KK} = V_B^T + \omega_c = 180^\circ + 1^\circ 45' 52,26'' + 7^\circ 56' 46,28'' = 189^\circ 42' 38,54''$$

$$d_{PPK_2-KK} = \sqrt{e^2 + y_e^2} = \sqrt{73,7082^2 + 10,2885^2} = 74,4228 \text{ m}$$

$$Y_{KK} = Y_{PPK_2} + d_{PPK_2-KK} \cdot \sin V_{PPK_2}^{KK} = 7472823,34 \text{ m}$$

$$X_{KK} = X_{PPK_2} + d_{PPK_2-KK} \cdot \cos V_{PPK_2}^{KK} = 4843317,75 \text{ m}$$

Координате PPK₁

$$Y_{PPK_1} = Y_T + t \sin V_T^A = 7472720,57 \text{ m}$$

$$X_{PPK_1} = X_T + t \cdot \cos V_T^A = 4843259,25 \text{ m}$$

$$V_T^A = \arctg \left| \frac{\Delta y_{A-T}}{\Delta x_{A-T}} \right| + 180^\circ = 260^\circ 34' 59,26''$$

Координате PK

$$d_{PPK_1-PK} = d_{PPK_2-KK} = 74,4228 \text{ m}$$

$$V_{PPK_1}^{PK} = V_A^T - \omega_c = 80^\circ 34' 59,26'' - 7^\circ 56' 46,48'' = 72^\circ 38' 12,78''$$

$$Y_{PK} = Y_{PPK_1} + d_{PPK_1-PK} \cdot \sin V_{PPK_1}^{PK} = 7472791,60$$

$$X_{PK} = X_{PPK_1} + d_{PPK_1-PK} \cdot \cos V_{PPK_1}^{PK} = 4843281,46$$

Раде Томовић 2021/07

Координате SK

$$\beta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 78^\circ 49' 7'' = 101^\circ 10' 53''$$

$$V_T^{SK} = V_A^T + \frac{\beta}{2} = 260^\circ 34' 59,26'' + 101^\circ 10' 53'' = 311^\circ 10' 25,76''$$

$$b = 29,8353 \text{ m}$$

$$Y_{SK} = Y_T + b \sin V_T^{SK} = 7472809,94 \text{ m}$$

$$X_{SK} = X_T + b \cdot \cos V_T^{SK} = 4843297,44 \text{ m}$$

Координате центра C

$$V_T^C = V_T^{SK} = 311^\circ 10' 25,76''$$

$$d_{T-C} = b + R = 29,8353 + 90 = 119,8353 \text{ m}$$

$$Y_C = Y_T + d_{T-C} \cdot \sin V_T^C = 7472742,20 \text{ m}$$

$$X_C = X_T + d_{T-C} \cdot \cos V_T^C = 4843356,69 \text{ m}$$

Контролa

$$V_C^{PK} = V_C^T + \left(\frac{\alpha}{2} - \angle \rho\right) = 131^\circ 10' 25,76'' + (39^\circ 24' 33,5'' - 23^\circ 52' 23,67'') = 146^\circ 42' 35,59''$$

$$\Delta y_{T-C} = 90,20 \text{ m}$$

$$\Delta x_{T-C} = -78,89$$

$$V_C^T = \arctg \frac{|\Delta x|}{\Delta y} + 90^\circ = 131^\circ 10' 25,76''$$

$$Y_{PK} = Y_C + R \sin V_C^{PK} = 7472791,60 \text{ (T)}$$

$$X_{PK} = X_C + R \cos V_C^{PK} = 4843281,46 \text{ (T)}$$

Y [m]

X [m]

$$PPK_1 \quad 7472720,57$$

$$4843259,25$$

$$PK \quad 7472791,60$$

$$4843281,46$$

$$PPK_2 \quad 7472835,89$$

$$4843301,11$$

$$KK \quad 7472823,37$$

$$4843317,75$$

$$SK \quad 7472809,94$$

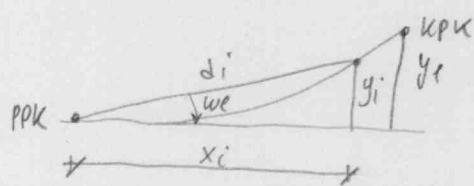
$$4843297,44$$

$$C \quad 7472742,20$$

$$4843356,69$$

Геодезија саобраћајница

Задатак 10, стр. 1



$$C = L \cdot R = 6750$$

$$\eta_p = \frac{L}{\Delta l_p} = \frac{75}{10} = 7,5 = 7$$

$$L_i = i \cdot k \quad \Delta l_p = 10 \text{ m}$$

$$x_i = L_i \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^4 \dots \right]$$

$$y_i = \frac{L_i^3}{6C} \left[1 - \frac{1}{14} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{440} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^4 \dots \right]$$

$$d_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

$$w_i = \arctg \frac{y_i}{x_i}$$

i	$L_i [\text{m}]$	$x_i [\text{m}]$	$y_i [\text{m}]$	$d_i [\text{m}]$	$w_i ^\circ$
1	10	10,00	0,02	10,00	0°6'52,53"
2	20	20,00	0,20	20,00	0°34'22,58"
3	30	29,99	0,67	30,00	1°16'47,55"
4	40	39,94	1,58	39,97	2°15'55,45"
5	50	49,83	3,08	49,92	3°32'13,06"
6	60	59,57	5,31	59,81	5°5'39,74"
7	70	69,08	8,40	69,59	6°55'58,88"

$$C = L \cdot R = 6750$$

$$h_p = \frac{75}{8} = 9$$

$$L_i = i \cdot k \quad \Delta l_p = 8m$$

$$X_i = L_i \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^3 \right]$$

$$Y_i = \frac{L_i^3}{6C} \left[1 - \frac{1}{14} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{440} \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^3 \right]$$

i	$L_i [m]$	$X_i [m]$	$Y_i [m]$
1	8	8,00	0,01
2	16	16,00	0,10
3	24	24,00	0,34
4	32	31,98	0,81
5	40	39,94	1,58
6	48	47,86	2,72
7	56	55,70	4,32
8	64	63,41	6,43
9	72	70,95	9,12

Геодезија саобраћајница

Задатак 12, стр 1

$$T_g = t = 113,3612 \text{ m}$$

$$D = 108,8080 \text{ m}$$

$$L = 75 \text{ m}$$

$$D_{ppk1} = D_A + d_{A-T} - t = 0 + 227,97 - 113,3612 = 114,61 \text{ m}$$

$$D_{PK} = D_{ppk1} + L = 189,61 \text{ m}$$

$$D_{SK} = D_{PK} + \frac{D-2L}{2} = 189,61 + \frac{108,8080 - 2 \cdot 75}{2} = 214,01 \text{ m}$$

$$D_{KK} = D_{SK} + \frac{D-2L}{2} = 214,01 + \frac{108,8080 - 2 \cdot 75}{2} = 238,42 \text{ m}$$

$$D_{ppk2} = D_{KK} + L = 238,42 + 75 = 313,42 \text{ m}$$

$$D_B = D_{ppk2} + d_{ppk2-B} = 313,42 + 164,31 \text{ m} = 477,73 \text{ m}$$

$$d_{ppk2-B} = d_{T-B} - t = 277,67 - 113,3612 = 164,31 \text{ m}$$

A	0+000
ppk ₁	0+114,61
PK	0+189,61
SK	0+214,01
KK	0+238,42
ppk ₂	0+313,42
B	0+477,73
тачка	ситуациона

Раде Томовић 202107

Геодезија сафатрјница

Задатак 13, стр. 1

$$D_{\text{прогуста}} = 150 \text{ m}$$

$$D_{B-PPK_2} = d_{B-T} - t = 277,67 - 113,3612 = 164,31 \text{ m}$$

$$D_{B-S} = D_{A-B} - D_{\text{прогуста}} = 477,73 - 150 = 327,43 \text{ m}$$

$$L_{\text{прогуста}} = D_{B-S} - D_{B-PPK_2} = 327,43 - 164,31 = 163,12 \text{ m}$$

$$C = R \cdot L = 6750$$

$$\begin{aligned} l_{np} &= L_{np} \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L_{np}^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L_{np}^2}{2C} \right)^4 \right] = \\ &= 163,12 \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{163,12^2}{13500} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{163,12^2}{13500} \right)^4 \right] = 111,15 \text{ m} \end{aligned}$$

$$y_{np} = \frac{L_{np}^3}{6C} \left[1 - \frac{1}{14} \left(\frac{L_{np}^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{440} \left(\frac{L_{np}^2}{2C} \right)^4 \right] = 81,11 \text{ m}$$

$$d = \sqrt{81,11^2 + 111,15^2} = 137,60 \text{ m}$$

$$w_{l, np} = \arctg \frac{y_{l, np}}{l_{np}} = 36^\circ 7' 10,28''$$

$$V_B^T = V_B^{PPK_2} = V_T^B + 180^\circ = 1^\circ 45' 52,26'' + 180^\circ = 181^\circ 45' 52,26''$$

$$Y_{PPK_2} = 7472835,89$$

$$X_{PPK_2} = 4843391,11$$

$$V_{PPK_2}^{np} = V_B^{PPK_2} + w_{l, np} = 217^\circ 53' 2,54''$$

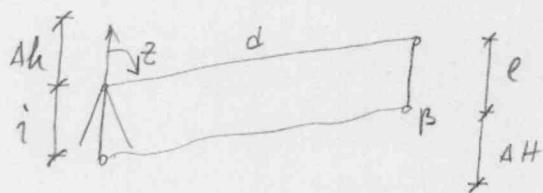
$$Y_{np} = Y_{PPK_2} + d \cdot \sin V_{PPK_2}^{np} = 7472751,59 \text{ m}$$

$$X_{np} = X_{PPK_2} + d \cdot \cos V_{PPK_2}^{np} = 4843282,51 \text{ m}$$

Рад Томовић 202107

Теодезија саобраћајница

Задатак 15, стр. 1



$$\Delta h = D \cdot \cos z$$

$$\Delta H = \Delta h + i - e$$

$$H_B = H_A + \Delta H$$

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$m_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right)^2 \cdot m_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right)^2 \cdot m_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \right)^2 \cdot m_{x_n}^2$$

$$m_i = \pm 5 \text{ mm}$$

$$m_{HA} = \pm 1 \text{ cm}$$

$$m_e = \pm 5 \text{ mm}$$

$$d = 190 \text{ m}$$

$$m_d = \pm 15 \text{ mm}$$

$$z = 89^\circ$$

$$m_z = \pm 20''$$

$$m_{HB} = \sqrt{m_{HA}^2 + m_d^2 \cdot \cos^2 z + m_z^2 \cdot d^2 \cdot \sin^2 z + m_i^2 + m_e^2} =$$

$$= \sqrt{0.01^2 + 0.015^2 \cdot \cos^2 89^\circ + \left(\frac{20''}{206265} \right)^2 \cdot 190^2 \cdot \sin^2 89^\circ + 0.005^2 + 0.005^2}$$

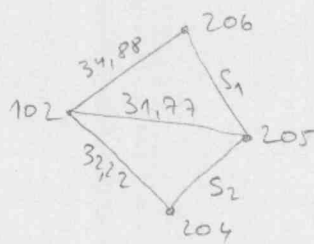
$$m_{HB} = 0.022223 \text{ m} \Rightarrow m_{HB} = 22.22 \text{ mm}$$

Раде Томовић 2021/07

Геодезија САОБРАЋАЈНИЦА

ЗАДАТАК БРОЈ 16

Тачка	Y	X
101	2123,33	882,29
204	2221,64	773,29
205	2266,96	796,03
206	2238,07	836,82



$$S_a = 34,88$$

$$S_b = 31,77$$

$$S_1 = \sqrt{(Y_{206} - Y_{205})^2 + (X_{206} - X_{205})^2} = \sqrt{(2238,07 - 2266,96)^2 + (836,82 - 796,03)^2} = 49,985 \text{ m}$$

$$S_2 = \sqrt{(Y_{204} - Y_{205})^2 + (X_{204} - X_{205})^2} = \sqrt{(2221,64 - 2266,96)^2 + (773,29 - 796,03)^2} = 50,705 \text{ m}$$

$$S_1 = p_1 + q_1$$

$$p_1 - q_1 = \frac{S_a^2 - S_b^2}{S_1} = \frac{34,88^2 - 31,77^2}{49,985} = 4,147 \text{ m}$$

$$A = \frac{S_1}{2} = \frac{49,985}{2} = 24,993 \text{ m} \quad B = \frac{S_a^2 - S_b^2}{2 \cdot S_1} = \frac{34,88^2 - 31,77^2}{2 \cdot 49,985} = 2,073 \text{ m}$$

$$p = A + B = 24,993 + 2,073 = 27,066 \text{ m}, \quad q = A - B = 24,993 - 2,073 = 22,92 \text{ m}$$

$$S_1^2 = S_a^2 - p^2 = 34,88^2 - 27,066^2 = 7 \text{ m} \quad a = 22,001 \text{ m}$$

$$\sigma = \sin \angle A^B; \quad \angle A^B = \angle_{205}^{206} \quad \Delta Y = 28,89 \text{ m} \quad \Delta X = 40,79 \text{ m}$$

$$a = \cos \angle A^B$$

$$\angle_{205}^{206} = \arctan\left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right) + 90^\circ = 144^\circ 41' 29''$$

$$\sigma = \sin(144^\circ 41' 29'') = 0,587$$

$$a = \cos(144^\circ 41' 29'') = 0,816$$

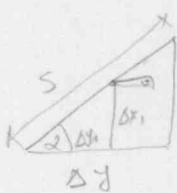
$$Y_T = Y_a + \sigma \cdot p \cdot a \cdot h = Y_b - \sigma \cdot q + a \cdot h$$

$$X_T = X_a + a \cdot p + \sigma \cdot h = X_b - a \cdot q + \sigma \cdot h$$

$$\text{Тачка 102: } Y'_{102} = 2235,78; \quad X'_{102} = 802,12$$

$$Y''_{102} = 2235,78; \quad X''_{102} = 802,12$$

$$Y_{102} = 2235,78; \quad X_{102} = 802,12$$



$$\sigma = \frac{Y_b - Y_a}{S} = \frac{\Delta Y}{S}; \quad a = \frac{X_b - X_a}{S} = \frac{\Delta X}{S}$$

$$\Delta Y = Y_{102} - Y_{101} = 2235,78 - 2123,33 = 112,45 \text{ m}$$

$$\Delta X = X_{102} - X_{101} = 802,12 - 882,29 = -80,17 \text{ m}$$

$$S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 138,10 \text{ m}$$

$$\theta = \frac{112,45}{138,10} = 0,814265; \quad a = \frac{-80,17}{138,10} = -0,580521$$

Раде Томовић 202/07

Тачка 1

$$y_1 = y_{101} + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot u = 2123,33 + 0,814265 \cdot 32,12 - 0,580521 \cdot 15,59 = 2140,43 \text{ м}$$

$$x_1 = x_{101} + 0 \cdot S_1 - 0 \cdot u = 887,29 - 0,580521 \cdot 32,12 - 0,814265 \cdot 15,59 = 859,62 \text{ м}$$

Тачка 2

$$y_2 = y_{102} + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot u = 2123,33 + 0,814265 \cdot 54,23 + 0,580521 \cdot 32,12 = 2186,13 \text{ м}$$

$$x_2 = x_{102} + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot u = 887,29 - 0,580521 \cdot 54,23 + 0,814265 \cdot 32,12 = 876,96 \text{ м}$$

Тачка 3

$$y_3 = 2123,33 + 0,814265 \cdot 96,28 - 0,580521 \cdot 25,83 = 2186,73 \text{ м}$$

$$x_3 = 887,29 - 0,580521 \cdot 96,28 - 0,814265 \cdot 25,83 = 805,36 \text{ м}$$

Тачка 4

$$y_4 = 2123,33 + 0,814265 \cdot 109,56 + 0,580521 \cdot 33,40 = 2231,93 \text{ м}$$

$$x_4 = 887,29 - 0,580521 \cdot 109,56 + 0,814265 \cdot 33,40 = 845,88 \text{ м}$$

Одређивање површине ограничење датим тачкама

Тачка	y	x
101	2123,33	887,29
2	2186,13	876,96
4	2231,93	845,88
102	2135,78	802,12
3	2186,73	805,36
1	2140,43	870,62

$$P_1 = \frac{1}{2} [y_{101}(x_1 - x_2) + y_2(x_{101} - x_4) + y_4(x_2 - x_{102}) + y_3(x_{102} - x_1) + y_1(x_3 - x_{101})]$$

$$P = \frac{1}{2} [2123,33(870,62 - 876,96) + 2186,13(887,29 - 845,88) + 2231,93(876,96 - 802,12) + 2186,73(802,12 - 870,62) + 2140,43(805,36 - 887,29)] = \frac{1}{2} (12007,48) = 6003,74 \text{ м}^2$$